

# Application des matrices aléatoires spatio-temporelles dans le traitement du signal de grande dimension

Gia-Thuy PHAM, INSA Lyon

**Mots-clés :** Estimation des angles d'arrivées, Filtre de Wiener, Test du rapport de vraisemblance généralisé, Lissage spatial.

La détection et l'estimation sont des problèmes courants dans le traitement statistique du signal multidimensionnel. On suppose que les observations sont une série temporelle multivariable  $(\mathbf{y}_n)_{n=1,\dots,N}$  de grande dimension  $M$  définie comme la somme d'un bruit gaussien blanc temporellement et spatialement et d'un signal utile généré comme la sortie d'un filtre 1 entrée/ $M$  sorties à réponse impulsionnelle finie excité par une séquence déterministe scalaire non observable. Un bon nombre de techniques connues sont basées sur les fonctionnelles de la matrice covariance empirique spatio-temporelle  $\widehat{\mathbf{R}}_L$  des vecteurs de dimension  $ML$   $(\mathbf{y}_n^{(L)})_{n=1,\dots,N}$  obtenus en empilant les vecteurs  $\mathbf{y}_k$  entre les instants  $n$  et  $n + L - 1$ , où  $L$  est un paramètre bien choisi. Compte tenu de la structure particulière des vecteurs  $(\mathbf{y}_n^{(L)})_{n=1,\dots,N}$ ,  $\widehat{\mathbf{R}}_L$  coïncide avec la matrice de Gram d'une matrice Hankel par bloc  $\mathbf{\Sigma}_L$ .

Nous nous intéressons au régime où le nombre de coefficients  $P$  de la réponse impulsionnelle générant le signal utile et le paramètre  $L$  restent fixes, quand  $M$  et  $N$  grandissent. La matrice  $\mathbf{\Sigma}_L$  est alors une perturbation de rang fini de la matrice Hankel par bloc  $\mathbf{W}_L$  constituée à partir du bruit additif. Les éléments propres de  $\widehat{\mathbf{R}}_L$  se comportent comme si la matrice  $\mathbf{W}_L$  était à éléments indépendants et identiquement distribués. Cela nous permet de construire de tests de détection du signal utile portant sur les plus grandes valeurs propres de  $\widehat{\mathbf{R}}_L$  ainsi que la mise en évidence de nouvelles stratégies de détermination du paramètre de régularisation de filtres de Wiener spatio-temporels estimés à partir d'une séquence d'apprentissage. Techniquement, ce dernier point est abordé en caractérisant le comportement asymptotique des éléments de la résolvante de la matrice  $\widehat{\mathbf{R}}_L$ . Ces résultats permettent également d'analyser le comportement d'algorithmes sous-espace de localisation de sources bande étroite utilisant la technique du lissage spatial.

## Références

- [1] Walid Hachem, Philippe Loubaton, Jamal Najim, Xavier Mestre, Pascal Vallet, "A subspace estimator for fixed rank perturbations of large random matrices", Journal of Multivariate Analysis, 114 (2013), pp. 427-447.
- [2] P. Loubaton, "On the almost sure location of the singular values of certain Gaussian block-Hankel large random matrices", J. of Theoretical Probability, vol. 29, no. 4, pp. 1339-1443, December 2016.
- [3] P. Loubaton, P. Vallet, "Almost sure localization of the eigenvalues in a gaussian information plus noise model. Applications to the spiked models", Electronic J. on Probability, October 2011, pp. 1934-1959.
- [4] X. Mestre, M. A. Lagunas. "Finite sample size effect on Minimum Variance beamformers: optimum diagonal loading factor for large arrays". IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 54, no. 1, pp. 69-82, January 2006.
- [5] G.T. Pham, P. Loubaton, P. Vallet, "Performance analysis of spatial smoothing schemes in the context of large arrays", IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 64, no. 1, pp. 160-172, January 2016