

Quelques méthodes récursives aléatoires revisitées : du gradient stochastique à Langevin Monte Carlo

Gilles PAGÈS, Sorbonne Université (Campus Pierre et Marie Curie)

On présentera brièvement quelques “méthodes récursives aléatoires” ([4]) en mettant l’accent sur les algorithmes stochastiques ([8], [2], [1]...) et la méthode de Langevin-Monte Carlo ([5], [7]). On s’attachera à mettre en évidence ce qui les rapproche à travers leur liens avec les *EDO* et les *EDS* ([6]), mais aussi comment les cadres d’hypothèses et l’analyse de leur convergence ont varié récemment selon l’usage visé. Cette évolution, observée notamment sur les descentes de gradient stochastique, sera illustrée via deux situations applicatives :

– leur usage en probabilités numériques, où les procédures sont actualisées – le plus souvent – avec des données simulées selon des loi(s) absolument continue(s), donc “régularisantes”,

– les *data-sciences* (*machine learning*, réseaux de neurones, apprentissage profond) où la mesure empirique de la base de données – par définition singulière et “hors modèle” – est systématiquement privilégiée dans la littérature (voir *e.g.* [3] parmi de nombreuses autres références).

On discutera ce point de vue qui peut apparaître paradoxal lorsque la taille de ces bases dépasse celle des échantillons simulés couramment en probabilités numériques et de son impact sur les hypothèses faites sur les fonctions de perte à minimiser et leur gradient.

Références

- [1] M. Benaïm, Dynamics of stochastic approximation algorithms. *Séminaire de Probabilités, XXXIII*, 1–68, LNM 1709, Springer, Berlin, 1999.
- [2] A. Benveniste, M. Métivier et P. Priouret, *Adaptive algorithms and stochastic approximations* Translated from the French by Stephen S. Wilson. Applications of Mathematics (New York), 22. Springer-Verlag, Berlin, 1990. xii+365 pp.
- [3] A. Defasio, F. Bach et S. Lacoste-Julien, SAGA: A Fast Incremental Gradient Method With Support for Non-Strongly Convex Composite Objectives arXiv:1407.0202v3, 2014.
- [4] M. Duflo, *Random iterative models*. Translated from the 1990 French original [Méthodes récursives aléatoires, Masson, Paris, 1990. xiv+361 pp.] by Stephen S. Wilson and revised by the author. Applications of Mathematics (New York), 34. Springer-Verlag, Berlin, 1997. xviii+385 pp.
- [5] D. Lamberton and G. Pagès, Recursive computation of the invariant distribution of a diffusion. *Bernoulli*, **8**(3):36–405, 2002.
- [6] G. Pagès, Sur quelques algorithmes récursifs pour les probabilités numériques. (French) [On some recursive algorithms for numerical probabilities], *ESAIM Probab. Statist.* **5**, 14–170, 2001.
- [7] G. Pagès et C. Rey, Recursive computation of the invariant distribution of Feller processes arXiv:1703.04557v4, (submitted to *Stoch. Proc. and their Appl.*), 2017.
- [8] H. Robins et S. Monro, A stochastic approximation method. *Ann. Math. Statistics*, **22**:400–407, 1951.