Modèles de croissance aléatoire et théorèmes de forme asymptotique

Aurelia DESHAYES, Université Paris Diderot

Mots-clés : first passage percolation, contact process, kinetically contrained models

Les modèles de croissance aléatoire font typiquement intervenir une quantité de points qui croît avec le temps. On considère une infection démarrant en un site spécifique (qu'on appellera origine O) d'un graphe $G = (V, E)$ et qui se répand à travers les arêtes du graphe selon certains règles (contenant de l'aléatoire) de façon à ce que tous les sites finiront par être infectés. On note $t(x)$ le temps nécessaire pour infecter le site x et on s'intéresse à l'ensemble des points infectés avant le temps t :

$$B(t) = \{x \in V : \; t(x) \leq t\}.$$

Les modèles d'Eden, DLA (diffusion limited agregation), FPP (first passage percolation) sont des exemples de modèles de croissance aléatoire. En percolation de premier passage, sous de bonnes hypothèses (stationnarité, intégrabilité), les outils tels que la sous-additivité permet de conclure un théorème de forme asymptotique (Kesten, Kingman, Cox-Durrett), c'est à dire l'existence de forme convexe déterministe compacte $\mathcal{B}$ telle que pour tout $\epsilon > 0$,

$$\mathbb{P}\left((1-\epsilon)\mathcal{B} \subset \frac{B(t)}{t} \subset (1-\epsilon)\mathcal{B}, \quad \text{pour } t \text{ grand} \right) = 1.$$

Ces théorèmes de formes asymptotiques sont aussi valables pour des modèles où on introduit une dynamique de guérison, i.e. l'infection peut disparaître spontanément en chaque site (processus de contact et ses extensions). Durrett donne une définition plus générale des modèles de croissance aléatoire comme un sysytème attractif, avec $\xi = 0$ comme état absorbant et décrit par un ensemble de taux de sauts invariants par translation et à portée finie.

Dans cet exposé, je parlerai de comment on prouve des théorèmes de formes asymptotiques et de comment il est possible (ou non) de s'affranchir des différentes hypothèses. Je montrerai finalement comment appliquer ces résultats pour l'étude d'un modèle non attractif (le modèle de Fredrickson-Andersen 1-facilité).

Références

[AMD17] A. Auffinger, M. Damron and J. Hanson. 50 Years of First-Passage Percolation *American Mathematical Society. 2017.*

[BDC18+] O. Blondel, A. Deshayes and C. Toninelli. Front evolution of the Fredrickson-Andersen one spin facilitated model. *arXiv:1803.08761.*

[D14] A. Deshayes. The contact process with aging. *ALEA 2014.*

[D18+] A. Deshayes. An asymptotic shape theorem for random linear growth models. *ArXiv:1505.05000.*

[D91] R. Durrett. The Contact Process, 1974-1989. *Lectures in Applied Mathematics 1991.*

Aurelia DESHAYES, LPSM, Université Paris Diderot, 8 place Aurélie Nemours, 75013 Paris