Normalité asymptotique de fonctionelles géométriques stabilisantes

Raphaël Lachièze-Rey, Laboratoire MAP5, Université Paris Descartes

Mots-clés : Théoréme central limite, stabilisation, méthode de Stein, enveloppe convexe aléatoire

Soit $\mathcal{X}_n = \{X_1, \ldots, X_n\}$ où les X_i sont iid de loi μ sur un espace métrique (E, d). Le concept de stabilisation s'applique à des fonctionnelles s'écrivant

$$F(\mathcal{X}_n) = \sum_{i=1}^{n} \xi(X_i; \mathcal{X}_n)$$

où la *fonction de score* ξ ne dépend que d'un voisinage du point concerné d'une distance aléatoire:

$$\xi(X_i; \mathcal{X}_n) = \xi(X_i; \mathcal{X}_n \cap B(X_i, R_i)).$$

Les rayons $R_i = R(X_i; \mathcal{X}_n)$ sont supposés avoir une queue légère. Ce type de fonctionnelle s'applique à une très grande classe de modèles: arbre couvrant aléatoire, graphe des plus proches voisins, mosaïques de Voronoi et Delaunay, points maximaux, absorption de sphères dures, modèle booléen, ou enveloppe convexe, que l'on développera plus en détail. Pour de nombreux problèmes, la fonctionnelle a été également étudié pour un aléa $\mathcal{X}'_n$ qui est un processus ponctuel de Poisson d'intensité $n\mu$.
On présentera des résultats donnant une vitesse de convergence vraisemblablement optimale des fonctionelles $F(\mathcal{X}_n)$ ou $F(\mathcal{X}'_n)$ proprement renormalisées vers une loi gaussienne standard, sous des hypothèses concernant la mesure des petites boules de (E, d), et sur la queue du rayon de stabilisation, avec une hypothèse de moment.

Références

Raphaël Lachièze-Rey, 45 Rue des Saints-Péres, Laboratoire MAP5, Université Paris Descartes, 75006 Paris